Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова
Биологический факультет

УТВЕРЖДАЮ

____

"_____"___________________200__ г.

Рабочая программа дисциплины

Высшая математика, биофизики второй курс

Направление подготовки
Биология

Профили подготовки
биофизика, бионженерия

.
.
.

Форма обучения
Очная

Москва 2013

I. Название дисциплины: Высшая математика, отделение биофизики

II. Шифр дисциплины?

III. Цели и задачи дисциплины

А. Цели дисциплины:

- введение в основной круг определений и понятий комплексного и векторного анализа;
- расширение аппарата линейной алгебры и математического анализа;
- развитие системного подхода к анализу различных задач математики и естествознания;
- развитие комплексного подхода к различным задачам математики и естествознания;
- развитие логического мышления студентов.

Б. Задачи дисциплины:

- получение навыков нахождения криволинейных, поверхностных, двойных и тройных интегралов, представления функций рядами Фурье и Лорана;
- получение навыков решения дифференциальных уравнений в частных производных;
- получение навыков исследования векторных пространств, работы с операторами;
- освоение различных понятий курса и изучение их применения на практике;
- развитие навыка применения методов анализа и линейной алгебры для исследования конкретных задач, в том числе и в профессиональной сфере.

IV. Место курса в ООП

Основной курс по математике естественно-научных специальностей. Осваивается студентами второго года обучения в течении третьего и четвертого семестров.

А. ? Как мы понимаем – один из основных курсов при подготовке всех перечисленных специалистов, бакалавров, магистров …

Б. ? Обязательный годовой курс второго года обучения в третьем и четвертом семестрах. Предусмотрен учебным планом для подготовки …..

В. Дисциплины, необходимые для освоения курса – курс высшей математики первого года обучения.

Г. ? Общая трудоемкость курса 60 лекционных часов и 60 часов практических занятий на втором году обучения (третий и четвертый семестры).

Д. Формы промежуточной аттестации: экзамены в конце третьего и четвертого семестров.

V. Формы проведения

- форма проведения занятий: лекции и практические занятия (семинары);
- формы текущего контроля: контрольные работы.

VI. Распределение трудоемкости по лекциям и семинарам

№ п/п	Наименование разделов	Лекции, трудоемкость (в ак. часах)	Семинары, трудоемкость (в ак. часах)	Формы контроля
1.	Ряды Фурье. Линейные уравнения в частных производных второго порядка.	8	8	Контрольная работа № 1
2.	Кратные интегралы.	6	6	Контрольная работа № 2
3.	Криволинейные и поверхностные интегралы, элементы теории поля.	12	10	Контрольная работа № 3
4.	Комплексные числа и начала теории функций комплексного переменного.	4	12	Контрольная работа № 4
5.	Разложение функций комплексного переменного в ряды Тейлора и Лорана. Изолированные особые точки.	6		
6.	Матрицы, операторы и системы уравнений.	8	14	Контрольная работа № 5
7.	Векторные пространства.	2		
8.	Операторы в векторных пространствах.	2	8	Контрольная работа № 6
9.	Евклидовы пространства и линейные операторы. Билинейные и квадратичные формы.	6		
10.	Полуевклидова и псевдоевклидова плоскости. Пространство событий.	4	2	
11.	Основные понятия теории групп.	2		

VII. Содержание дисциплины.

ТРЕТИЙ СЕМЕСТР. Ряды Фурье. Линейные нормированные пространства со скалярным произведением. Ортонормированные системы функций. Задача о наилучшем приближении в пространстве со скалярным произведением. **Ряды Фурье**. Ряды Фурье по тригонометрической системе функций. Формулировка теоремы о сходимости тригонометрического ряда Фурье кусочно непрерывно дифференцируемой функции (без доказательства). Решение уравнения колебания ограниченной струны и уравнения теплопроводности методом Фурье.

Уравнения в частных производных второго порядка с двумя переменными, линейные относительно старших производных $A(x,y)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2B(x,y)\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+C(x,y)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=F(x,y,u,\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial u}{\partial y})$. Типы уравнений: гиперболический, параболический, эллиптический. Криволинейные координаты. Инвариантность типа уравнения при невырожденных преобразованиях переменных. Приведение уравнения к каноническому виду. Уравнение характеристик. Решение задачи Коши для волнового уравнения. Решение задачи Коши для неограниченной струны. Формула Даламбера. Задача Коши для полуограниченной струны.

Двойные интегралы. Определение, свойства: линейность относительно подинтегральной функции, интегрирование неравенств, интегрируемость $|f(x,y)|$, теорема о среднем. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному: теорема Фубини, доказательство для непрерывной функции. Выражение площади в криволинейных координатах, геометрический смысл модуля якобиана преобразования (геометрический вывод Остроградского). Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам.

Тройные интегралы. Определение, свойства, вычисление сведением к повторному. Выражение объема в криволинейных координатах, геометрический смысл модуля якобиана преобразования (геометрический вывод Остроградского). Замена переменных в тройном интеграле. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам.

Криволинейные интегралы первого и второго типа. Связь между интегралами первого и второго типа. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла $\int_{AB} Pdx+Qdy$ от пути интегрирования: 1. равенство нулю по любому замкнутому контуру; 2. $Pdx+Qdy=dU$ – полный дифференциал некоторой функции $U(x,y)$; 3. $\frac{\partial P}{\partial y}=\frac{\partial Q}{\partial x}$. Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов.

Площадь поверхности, поверхностные интегралы. Двусторонние поверхности. Сторона поверхности. Ориентация поверхности. Площадь поверхности, пример Шварца. Поверхностные интегралы первого типа. Сведение к двойному интегралу.

Поверхностные интегралы второго типа, сведение к двойному интегралу. Формула Стокса $\oint_L Pdx+Qdy+Rdz=\iint_S\left[\left(\frac{\partial R}{\partial y}-\frac{\partial Q}{\partial z}\right)\cos\lambda+\left(\frac{\partial P}{\partial z}-\frac{\partial R}{\partial x}\right)\cos\mu+\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)\cos\nu\right]dS$. Циркуляция векторного поля вдоль замкнутого контура. Ротор, инвариантное определение ротора. Потенциальное векторное поле.

Формула Остроградского $\iiint_V\left(\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial z}\right)dxdydz=\iint_S Pdydz+Qdzdx+Rdxdy$. Дивергенция. Соленоидальное (трубчатое) поле.

Функции комплексного переменного. Комплексные числа, действия над ними. Изображение на комплексной плоскости. Предел последовательности и ряды. Предел и непрерывность функции. Элементарные функции, e^z, $\sin z$, $\cos z$, гиперболические функции. Производная. Функция, аналитическая в области, в точке. Условия Коши – Римана.

Сопряженные гармонические функции. Конформные отображения. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Простейшие преобразования: линейная функция; $w = \frac{1}{z}$, дробно-линейная функция. Круговое свойство дробно-линейного отображения. Двойное (ангармоническое) отношение.

Интеграл по комплексному переменному, основные свойства интеграла. Теорема Коши. Теорема о первообразной аналитической функции. Распространение теоремы Коши на случай сложных контуров. Интегральная формула Коши. Степенные ряды и ряды Тейлора. Разложение аналитической функции в степенной ряд.

Теорема о разложении аналитической функции в круговом кольце в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек. Устранимая особая точка. Полюс. Связь между нулем и полюсом. Существенно особая точка. Теорема Сохоцкого (без доказательства).

Поведение аналитической функции в бесконечно удаленной точке. Разложение в ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки. Общая теория вычетов. Вычисление вычета относительно полюса. Вычет относительно бесконечно удаленной точки.

ЧЕТВЕРТЫЙ СЕМЕСТР. Матрицы, определители и системы линейных уравнений. Перестановки и транспозиции. Теорема о четности перестановки. Определитель n-го порядка. Лемма о знаке члена определителя. Свойства определителя: 1. при транспонировании определитель не меняется (равноправие строк и столбцов); 2. умножение всех элементов строки (столбца) на число; 3. разложение в сумму двух определителей; 4. нулевая строка (столбец); 5. перестановка строк (столбцов); 6. одинаковые строки (столбцы); 7. прибавление к строке (столбцу) другой, умноженной на число; 8. разложение по элементам строки (столбца); 9. сумма произведений элементов строки (столбца) на алгебраические дополнения к элементам другой строки (столбца). Доказать, например, свойства 1, 5, 6, 8, 9, а остальные оставить в качестве упражнений.

Миноры k-го порядка. Ранг матрицы. Элементарные преобразования. Ранг матрицы не меняется при элементарных преобразованиях (упр.). Линейная зависимость строк (столбцов). Теорема о ранге матрицы.

Произвольные системы линейных уравнений. Критерий совместности. Однородные системы уравнений. Необходимые и достаточные условия существования ненулевых решений (ранг матрицы меньше числа неизвестных, определитель матрицы равен нулю). Теорема о существовании фундаментальной системы решений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.

Конечномерные векторные пространства. Простейшие свойства: 1. единственность нуля; 2. единственность противоположного элемента; 3. $0x = \mathbf{0}$; 4. $\alpha\mathbf{0} = \mathbf{0}$; 5. $\alpha x = \mathbf{0} \Rightarrow \alpha = 0$ или $x = \mathbf{0}$; 6. $-x = (-1)x$. Линейная зависимость векторов. Базис векторного пространства. Теорема о разложении вектора по базису. Координаты, свойства координат. Переход к другому базису. Пересечение и сумма подпространств. Теорема о размерностях. Прямая сумма подпространств.

Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Действия над линейными операторами. Изменение матрицы оператора при переходе к новому базису. Ранг и дефект линейного оператора. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и значения линейного оператора. Характеристический многочлен. Стохастические векторы и матрицы. Стационарное распределение генотипа.

Евклидово пространство. Скалярное произведение. Евклидово пространство. Теорема Пифагора. Неравенство Коши – Буняковского. Неравенство треугольника. Ортогональные и ортонормированные системы векторов, линейная независимость. Теорема о существовании ортонормированного базиса (метод ортогонализации Шмидта). Выражение скалярного произведения через координаты, матрица Грама. Взаимно ортогональные подпространства.

Линейные операторы в евклидовом пространстве. Линейные функционалы. Сопряженный оператор, матрица и свойства сопряженного оператора. Самосопряженный оператор, свойства самосопряженного оператора. Теорема об инвариантности ортогонального дополнения к инвариантному подпространству. Теорема о вещественности корней характеристического многочлена самосопряженного оператора.

Ортогональный оператор. Свойства ортогонального оператора. Собственные значения ортогонального оператора (± 1). Определитель ортогональной матрицы.

Билинейные функционалы и квадратичные формы. Выражение через координаты. Матрица билинейной формы при переходе к новому базису. Теорема о приведении квадратичной формы к сумме квадратов в некотором базисе. Закон инерции квадратичных форм (теорема). Знакоопределенные формы. Критерий Стильтьеса (необходимые и достаточные условия для положительности квадратичной формы). Следствие для отрицательно определенной формы.

Двумерные пространства со скалярным произведением. Полуевклидова плоскость, канонический базис, матрица перехода к новому каноническому базису. Псевдоевклидова плоскость. Псевдоортогональный оператор. Псевдоортогональный оператор.

Пространство событий. Принцип относительности Галилея. Переход от одной системы координат к другой. Принцип относительности Эйнштейна, простейшие понятия. Преобразования Лоренца. Некоторые следствия из формул Лоренца: правило сложения скоростей; закон постоянства скорости света; относительность одновременности; сокращение длин; замедление времени.

Основные понятия теории групп. Примеры. Подгруппы. Смежные классы группы по подгруппе. Эквивалентные элементы. Свойства эквивалентности: рефлексивность, симметричность, транзитивность. Теорема Лагранжа: порядок подгруппы конечной группы делит порядок группы.

VIII. Перечень компетенций. В результате освоения дисциплины формируются общенаучные и профессиональные компетенции в соответствии с образовательным стандартом.

Требования к результатам освоения дисциплины:

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- основные понятия и теоремы векторного анализа;
- основные понятия и теоремы комплексного анализа;
- основные понятия и теоремы теории уравнений в частных производных;
- основные понятия и теоремы линейной алгебры.

Уметь:

- решать дифференциальные уравнения в частных производных некоторых типов различными методами (метод Фурье, метод бегущих волн, метод характеристик);
- вычислять двойные интегралы от различных функций по различным областям;

- вычислять тройные интегралы от различных функций по различным областям;
- вычислять криволинейные интегралы от различных функций;
- раскладывать функции в ряды Фурье, Тейлора и Лорана;
- вычислять интегралы от комплексных функций с помощью формулы Коши и теории вычетов;
- решать системы уравнений;
- вычислять определители различных порядков;
- находить и работать с базисами векторных пространств;
- работать с линейными операторами;
- находить собственные значения и векторы линейных операторов.

Уровень усвоения курса определяется различными **формами текущего и заключительного контроля. Текущий контроль:** контрольные работы. **Заключительный контроль:** экзамены в конце третьего и четвертого семестров.

IX. Используемые технологии.

Образовательные технологии, используемые в учебном процессе.

А. *Образовательные технологии:* индивидуальные консультации, анализ и обсуждение самостоятельных работ, анализ и обсуждение домашних работ, объясняющие и закрепляющие занятия, комбинированные занятия, обратная связь со студентами и консультации студентов посредством электронной почты;

Б. *Научно-исследовательские технологии:* структурирование математического материала, поиск и отбор информации при подготовке к занятиям и текущему и промежуточному контролю.

X. Учебно-методические рекомендации

Для самостоятельной работы рекомендуется решение задач из книги

Власов В.В, Митрохин С.И., Прошкина А.В., Родионов Т.В., Трушинина, Задачи и упражнения по математическому анализу и дифференциальным уравнениям, Основы информатики и математики, Интернет-университет информационных технологий, ООО Бином. Лаборатория знаний, М., 2009.

Примерные варианты контрольных работ к курсу высшей математики для третьего отделения.

Контрольная 1.

1.Полуограниченная однородная струна $0 \le x < +\infty$ с закрепленным концом $x = 0$ имеет начальное отклонение

$$u(x,0) = \begin{cases} 0, & 0 \le x \le l, \quad 2l \le x < +\infty, \\ -\sin\dfrac{\pi x}{l}, & l \le x \le 2l, \end{cases}$$

$\dfrac{\partial u}{\partial t}(x,0) = 0.$ Определить графически форму струны в моменты времени $t_1 = \dfrac{l}{4a}$, $t_2 = \dfrac{l}{a}$, $t_3 = \dfrac{3l}{2a}$.

2. Решить задачу Коши $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 2y^3$,

$u\big|_{y=x} = x^2(x^3+2)$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=x} = 3x(x^3+1)$.

3Решить уравнение колебания струны с закрепленными концами $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, с граничными условиями $u(0,t) = 0$, $\dfrac{\partial u}{\partial x}(l,t) = 0$ при и начальными условиями $u(x,0) = kx$, $\dfrac{\partial u}{\partial t}(x,0) = 0$.

Контрольная 2.

1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\displaystyle\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int_{y^2-1}^{\frac{y^2}{2}} f(x,y)dx$.

2. Вычислить интеграл $\displaystyle\iint_G \frac{x^2}{y^2}dxdy$,

$G: y = x,\ y = \dfrac{1}{x},\ x = 2$.

3. Перейти к полярным координатам и вычислить $\displaystyle\int_0^a dy \int_{\sqrt{ay-y^2}}^{\sqrt{a^2-y^2}} \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2-y^2}}$.

4. Найти объем тела, ограниченного следующими поверхностями:
$z = x + y,\ z = xy,\ y + x = 1,\ x = 0,\ y = 0$.

5. Вычислить
$$\int_0^{\frac{a}{\sqrt{2}}} dy \int_y^{\sqrt{a^2-y^2}} dx \int_0^{\frac{(x^2-y^2)}{a}} \sqrt{x^2+y^2}\,dz.$$

Контрольная 3.

1.Вычислить интеграл
$$\int_{(-1,-2)}^{(1,0)} (2x-y)dx + (3y-x)dy.$$

2. Вычислить $\displaystyle\int_L (x^2-y^2)dx + 2xydy$, где L – контур треугольника с вершинами $A(1,1)$, $B(3,1)$, $C(3,3)$.

3. Вычислить поток поля $F\{y-z, z-x, x-y\}$ через внешнюю сторону верхней полусферы $x^2+y^2+z^2=R^2$.

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $F\{xy+z, yz+x, xz+y\}$, вдоль окружности L : $x^2+y^2+z^2=a^2$, $x+y+z=0$, положительно ориентированной на верхней стороне плоскости.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{F} = \{x^3+yz, y^3+xz, z^3+xy\}$ в направлении внешней нормали через поверхность тела $x^2+y^2+z^2 \le 16,\ z \ge 0$.

Контрольная 4.

1. Проверить условия Коши – Римана и вычислить производную для функции $f(z) = z^2 + 3z$.

2. Отобразить в верхнюю полуплоскость область
$D = \{z \in \mathbf{C} : |z-i| < 1\} \cap \{z \in \mathbf{C} : |z-1| < 1\}$.

3. Вычислить $\displaystyle\int_\Gamma \frac{z\cos z}{(z^2+1)(z-3i)}dz$, где
$\Gamma = \{z \in \mathbf{C} : |z| = 2\}$.

4. Для функции $f(z) = e^{\frac{1}{z}} + \dfrac{1}{1-z}$

а) найти особые точки и определить их тип;

б) разложить в ряд Лорана относительно точки $z = 0$ и указать область сходимости;

в) разложить в ряд Лорана относительно бесконечно удаленной точки $z = \infty$, определить ее тип и область сходимости ряда.

<table>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>

Контрольная 5.

1. Решить матричное уравнение
$$X\cdot\begin{pmatrix}5 & 3 & 1\\ 1 & -3 & -2\\ -5 & 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-8 & 3 & 0\\ -5 & 9 & 0\\ -2 & 15 & 0\end{pmatrix}.$$

2. Найти общее решение и фундаментальную систему решений для системы уравнений
$$\begin{cases}3x_1+4x_2+x_3+2x_4+3x_5 &= 0\\ 5x_1+7x_2+x_3+3x_4+4x_5 &= 0\\ 4x_1+5x_2+2x_3+x_4+5x_5 &= 0\\ 7x_1+10x_2+x_3+6x_4+5x_5 &= 0\end{cases}.$$

3. Найти базисы суммы и пересечения линейных подпространств, натянутых на системы векторов $a_1,a_2,...,a_k$ и $b_1,b_2,...,b_k$: $a_1=(1,1,0,0)$, $a_2=(0,1,1,0)$, $a_3=(0,0,1,1)$, $b_1=(1,0,1,0)$, $b_2=(0,2,1,1)$, $b_3=(1,2,1,2)$.

</td><td>

Контрольная 6.

4. Найти матрицу оператора, отображающего векторы $c_1(k,0,0)$, $c_2(-1,l,0)$, $c_3(1,0,l)$ в векторы $b_1(k,2k,l)$, $b_2(-3k,k,3k)$, $b_3(0,2k,k+l)$ соответственно. Являются ли системы c_1,c_2,c_3 и b_1,b_2,b_3 базисами пространства?

5. Найти собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей
$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & l\\ 0 & k & 0\\ l & 0 & 1\end{pmatrix}.$$

6. Найти ортогональную проекцию u и ортогональную составляющую v вектора $x=\left(k+l,k+lk+2c,\ k+lk-2c,k-l^2\right)$ на подпространство L, натянутое на векторы $a_1=(1,1,1,1)$, $a_2=(1,k,k,-l)$, $a_3=(l,0,0,3)$.

</td></tr>
</table>

Вопросы к экзамену, третий семестр:

1. Ряды Фурье по ортогональным системам. Экстремальное свойство сумм Фурье.
2. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка.
3. Задача Коши для неограниченной и полуограниченной струны.
4. Вычисление двойного интеграла.
5. Выражение площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле.
6. Формула Грина.
7. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
8. Потенциальное поле. Поле Ньютоновского притяжения точечной массой.
9. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы первого рода.
10. Поверхностные интегралы второго рода.
11. Теорема Гаусса – Остроградского.
12. Соленоидальное поле. Электростатическое поле, создаваемое положительным точечным зарядом.
13. Формула Стокса.
14. Ротор и циркуляция вектора напряженности магнитного поля постоянного электрического тока.

15. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши – Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
16. Дробно-линейная функция. Круговое свойство, двойное отношение.
17. Интеграл по комплексному переменному. Теорема Коши. Интегральная формула Коши.
18. Разложение аналитической функции в степенной ряд.
19. Теорема Лорана.
20. Классификация особых точек.
21. Вычеты. Основная теорема о вычетах.

Вопросы к экзамену, четвертый семестр:

1. Перестановки и транспозиции. Смена четности перестановки при транспозиции. Определитель n-го порядка.
2. Лемма о знаке члена определителя. Свойства определителя.
3. Разложение определителя по элементам строки (столбца); сумма произведений элементов строки (столбца) на алгебраические дополнения к элементам другой строки (столбца).
4. Единственность единичной матрицы. Обратная матрица, единственность. Формулы Крамера.
5. Миноры k-го порядка. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
6. Произвольные системы линейных уравнений. Критерий совместности. Метод Гаусса.
7. Однородные системы уравнений. Теорема о существовании ненулевых решений. Свойства решений. Теорема о существовании фундаментальной системы решений.
8. Конечномерные векторные пространства. Базис векторного пространства. Разложение вектора по базису. Свойства координат. Переход к новому базису.
9. Пересечение и сумма подпространств. Теорема о размерностях. Прямая сумма подпространств.
10. Линейные операторы. Действия над линейными операторами. Изменение матрицы оператора при переходе к новому базису. Ранг и дефект линейного оператора.
11. Собственные векторы и значения линейного оператора. Теорема о существовании инвариантных подпространств.
12. Евклидово пространство. Теорема Пифагора. Неравенство Коши – Буняковского. Неравенство треугольника.
13. Ортогональные и ортонормированные системы векторов. Теорема о существовании ортонормированного базиса (метод ортогонализации Шмидта). Многочлены Лежандра.
14. Линейные функционалы. Сопряженный оператор, матрица и свойства сопряженного оператора. Самосопряженный оператор, свойства самосопряженного оператора.
15. Инвариантность ортогонального дополнения к инвариантному подпространству самосопряженного оператора. Вещественность корней характеристического многочлена самосопряженного оператора.
16. Ортогональный оператор, его свойства. Собственные значения ортогонального оператора. Определитель ортогональной матрицы.
17. Билинейные функционалы и квадратичные формы. Теорема о приведении квадратичной формы к сумме квадратов. Закон инерции квадратичных форм.
18. Знакоопределенные формы. Критерий Сильвестра. Следствие для отрицательно определенной формы.
19. Двумерные пространства со скалярным произведением. Полуевклидова плоскость. Псевдоевклидова плоскость. Псевдоортогональный оператор.

20. Пространство событий. Принцип относительности Галилея. Переход от одной системы координат к другой. Принцип относительности Эйнштейна, простейшие понятия.
21. Преобразования Лоренца. Некоторые следствия из формул Лоренца.
22. Основные понятия теории групп. Смежные классы группы по подгруппе. Теорема Лагранжа: порядок подгруппы конечной группы делит порядок группы.

XI. Список литературы

№ п/п	Автор	Название книги	Место изда- ния	Изда- тель- ство	Год изда- ния
1.	Бобров А.Н., Радославова Т. В.	Лекции по высшей математике для студентов-биофизиков ,ч.1 Основы теории поля; ч.2. Элементы теории функций комплексного переменного; ч.3. Линейная алгебра.	Моск- ва	МГУ	2002 - 2003
2.	Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А.	Математический анализ в задачах и упражнениях.	Моск- ва	МГУ	1991
3.	Головина Л.И.	Линейная алгебра и некоторые ее приложения.	Моск- ва	Наука	1985
4.	Кудрявцев Л.Д.	Курс математического анализа. Т.Т. 1, 2.	Моск- ва	Высшая школа	1981
5.	Курош А.Г.	Курс высшей алгебры.	Моск- ва	Наука	1975
6.	Фихтенгольц Г.М.	Основы математического анализа. Т.Т. 1, 2.	Моск- ва	Гостех- издат	1955

XII. Материально техническое обеспечение

А. Аудитории на 30 человек для лекций и для практических занятий;
Б. Доска, мел, тряпка;
В. Иные материалы не требуются.

Доцент кафедры математического анализа механико-математического ф-та МГУ к.ф.-м.н. Т.В. Радославова.